自相关: 误差项自相关会怎样?

黄光辉
hgh@cqu.edu.cn

目录

本章的目标

我们寻求下述问题的解答:

1. 自相关性是什么?

本章的目标

我们寻求下述问题的解答:

1. 自相关性是什么?
2. 自相关会导致什么理论上和实际上的后果?

本章的目标

我们寻求下述问题的解答:

1. 自相关性是什么?
2. 自相关会导致什么理论上和实际上的后果?
3. 怎样判断自相关性的存在?

本章的目标

我们寻求下述问题的解答:

1. 自相关性是什么?
2. 自相关会导致什么理论上和实际上的后果?
3. 怎样判断自相关性的存在?
4. 如果有自相关,应该怎样补救?

自相关性假定

自相关:给定序列与其滞后若干期的序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$X_2, X_3, \cdots, X_{11}$的相关关系.

自相关性假定

自相关:给定序列与其滞后若干期的序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$X_2, X_3, \cdots, X_{11}$的相关关系.

序列相关: 两个不同序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$V_2, V_3, \cdots, V_{11}$的相关关系.

自相关性假定

自相关:给定序列与其滞后若干期的序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$X_2, X_3, \cdots, X_{11}$的相关关系.

序列相关: 两个不同序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$V_2, V_3, \cdots, V_{11}$的相关关系.

经典线性回归假定: 干扰项序列不存在自相关, 也即$\mathrm{E}[U_i U_j] = 0, \forall i \neq j$.

自相关性假定

自相关:给定序列与其滞后若干期的序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$X_2, X_3, \cdots, X_{11}$的相关关系.

序列相关: 两个不同序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$V_2, V_3, \cdots, V_{11}$的相关关系.

经典线性回归假定: 干扰项序列不存在自相关, 也即$\mathrm{E}[U_iU_j] = 0, \forall i \neq j$.

假定合理的一面:

任一次观测的干扰都不受其他观测干扰的影响. 例如家庭收入和支出的研究, 产量和劳动投入的研究.

自相关性假定

自相关:给定序列与其滞后若干期的序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$X_2, X_3, \cdots, X_{11}$的相关关系.

序列相关: 两个不同序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$V_2, V_3, \cdots, V_{11}$的相关关系.

经典线性回归假定: 干扰项序列不存在自相关, 也即$\mathrm{E}[U_iU_j] = 0, \forall i \neq j$.

假定合理的一面:

任一次观测的干扰都不受其他观测干扰的影响. 例如家庭收入和支出的研究, 产量和劳动投入的研究.

假定不合理的一面:

自相关性假定

自相关:给定序列与其滞后若干期的序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$X_2, X_3, \cdots, X_{11}$的相关关系.

序列相关: 两个不同序列的滞后相关.

例如,$X_1, X_2, \cdots, X_{10}$与$V_2, V_3, \cdots, V_{11}$的相关关系.

经典线性回归假定: 干扰项序列不存在自相关, 也即$\mathrm{E}[U_iU_j] = 0, \forall i \neq j$.

假定合理的一面:

任一次观测的干扰都不受其他观测干扰的影响. 例如家庭收入和支出的研究, 产量和劳动投入的研究.

假定不合理的一面:

横截面数据可能存在空间上的相关关系,例如相邻家庭之间有相似的支出结构.

时间序列数据之间可能存在时间上的相关关系, 例如罢工的延续对产量的影响.

内容线索

自相关性产生的原因

1. 惯性.GNP,价格指数,生产,就业和失业率等时间序列常表现出一定的惯性或粘性.涉及时间序列的回归中,相继的观测值很可能是相依赖的.

自相关性产生的原因

1. 惯性.GNP,价格指数,生产,就业和失业率等时间序列常表现出一定的惯性或粘性.涉及时间序列的回归中,相继的观测值很可能是相依赖的.
2. 设定偏误: 应含而未含变量.(excluded variable)
   "真实模型:" $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$
   Y =牛肉需求量, X_2 =牛肉价格, X_3 =消费者收入, X_4 =猪肉价格.

自相关性产生的原因

1. 惯性.GNP,价格指数,生产,就业和失业率等时间序列常表现出一定的惯性或粘性.涉及时间序列的回归中,相继的观测值很可能是相依赖的.
2. 设定偏误: 应含而未含变量.(excluded variable)
   "真实模型:" $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$
   Y =牛肉需求量, X_2 =牛肉价格, X_3 =消费者收入, X_4 =猪肉价格.
   "错误模型":$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$,

自相关性产生的原因

1. 惯性.GNP,价格指数,生产,就业和失业率等时间序列常表现出一定的惯性或粘性.涉及时间序列的回归中,相继的观测值很可能是相依赖的.
2. 设定偏误: 应含而未含变量.(excluded variable)
   "真实模型:" $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$
   Y =牛肉需求量, X_2 =牛肉价格, X_3 =消费者收入, X_4 =猪肉价格.
   "错误模型":$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$,
   回归误差项$v_t = \beta_4 X_{4t} + u_t$反映出一种系统性模式,造成自相关.

自相关性产生的原因

1. 惯性.GNP,价格指数,生产,就业和失业率等时间序列常表现出一定的惯性或粘性.涉及时间序列的回归中,相继的观测值很可能是相依赖的.
2. 设定偏误: 应含而未含变量.(excluded variable)
   "真实模型:" $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$
   Y =牛肉需求量, X_2 =牛肉价格, X_3 =消费者收入, X_4 =猪肉价格.
   "错误模型":$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$,
   回归误差项$v_t = \beta_4 X_{4t} + u_t$反映出一种系统性模式,造成自相关.
3. 设定偏误: 不正确的函数形式.
   "真实模型:" 边际成本$_i = \beta_1 + \beta_2$产出$_i + \beta_3$产出$_i^2 + u_i$

自相关性产生的原因

1. 惯性.GNP,价格指数,生产,就业和失业率等时间序列常表现出一定的惯性或粘性.涉及时间序列的回归中,相继的观测值很可能是相依赖的.
2. 设定偏误: 应含而未含变量.(excluded variable)
   "真实模型:" $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$
   Y =牛肉需求量, X_2 =牛肉价格, X_3 =消费者收入, X_4 =猪肉价格.
   "错误模型":$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$,
   回归误差项$v_t = \beta_4 X_{4t} + u_t$反映出一种系统性模式,造成自相关.
3. 设定偏误: 不正确的函数形式.
   "真实模型:" 边际成本$_i = \beta_1 + \beta_2$产出$_i + \beta_3$产出$_i^2 + u_i$
   "错误模型:" 边际成本$_i = \beta_1 + \beta_2$产出$_i + v_i$,

自相关性产生的原因

1. 惯性.GNP,价格指数,生产,就业和失业率等时间序列常表现出一定的惯性或粘性.涉及时间序列的回归中,相继的观测值很可能是相依赖的.
2. 设定偏误: 应含而未含变量.(excluded variable)
   "真实模型:" $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + u_t$
   Y =牛肉需求量, X_2 =牛肉价格, X_3 =消费者收入, X_4 =猪肉价格.
   "错误模型":$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + v_t$,
   回归误差项$v_t = \beta_4 X_{4t} + u_t$反映出一种系统性模式,造成自相关.
3. 设定偏误: 不正确的函数形式.
   "真实模型:" 边际成本$_i = \beta_1 + \beta_2$产出$_i + \beta_3$产出$_i^2 + u_i$
   "错误模型:" 边际成本$_i = \beta_1 + \beta_2$产出$_i + v_i$,
   回归误差项$v_i = \beta_3$产出$_i^2 + u_i$ 反映出一种系统性模式,造成自相关.

自相关性产生的原因2

4. 蛛网现象.
许多农产品的供应反映出一种蛛网现象,也即今年的供应受去年价格的影响.如果去年和今年价格持续降低,那么农民就会削减明年的产量.

$$\text{供给}_t = \beta_1 + \beta_2 P_{t-1} + U_t$$

扰动项U_t会表现出一定的模式,从而产生自相关.

5. 滞后效应(lags).
消费支出与收入关系.消费习惯具有连续性,一般采用模型

$$\text{消费}_t = \beta_1 + \beta_2\text{收入}_t + \beta_3\text{消费}_{t-1} + U_t$$

如果忽略了消费的滞后项,所得误差就会表现出一种系统性的模式.

自相关性产生的原因3

6. 数据平滑和内插处理.用月度数据平均得到的季度数据,由于采用平滑方法,改变了扰动项的特征,引入了自相关.

自相关性产生的原因3

6. 数据平滑和内插处理.用月度数据平均得到的季度数据,由于采用平滑方法,改变了扰动项的特征,引入了自相关.
7. 数据变换.自相关有时是由于对原模型进行变换而得到. 考虑消费支出和收入模型:

   $$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$$

   Y, X分别是消费支出和收入.一般假定U_t序列无自相关.考虑该模型的变换.

自相关性产生的原因3

6. 数据平滑和内插处理.用月度数据平均得到的季度数据,由于采用平滑方法,改变了扰动项的特征,引入了自相关.
7. 数据变换.自相关有时是由于对原模型进行变换而得到. 考虑消费支出和收入模型:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$$

Y, X分别是消费支出和收入.一般假定U_t序列无自相关.考虑该模型的变换. 考虑一阶滞后: $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + U_{t-1}$

自相关性产生的原因3

6. 数据平滑和内插处理.用月度数据平均得到的季度数据,由于采用平滑方法,改变了扰动项的特征,引入了自相关.
7. 数据变换.自相关有时是由于对原模型进行变换而得到. 考虑消费支出和收入模型:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$$

Y, X分别是消费支出和收入.一般假定U_t序列无自相关.考虑该模型的变换. 考虑一阶滞后: $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + U_{t-1}$
从而得到一阶差分型: $\triangle Y_t = \beta_2 \triangle X_t + \triangle U_t$
改写为: $\triangle Y_t = \beta_2 \triangle X_t + v_t$, 称为动态回归模型.
可以证明,此时扰动项v_t为自相关序列.

自相关性产生的原因3

6. 数据平滑和内插处理.用月度数据平均得到的季度数据,由于采用平滑方法,改变了扰动项的特征,引入了自相关.
7. 数据变换.自相关有时是由于对原模型进行变换而得到. 考虑消费支出和收入模型:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$$

   Y, X分别是消费支出和收入.一般假定U_t序列无自相关.考虑该模型的变换. 考虑一阶滞后: $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + U_{t-1}$
   从而得到一阶差分型: $\triangle Y_t = \beta_2 \triangle X_t + \triangle U_t$
   改写为: $\triangle Y_t = \beta_2 \triangle X_t + v_t$, 称为动态回归模型.
   可以证明,此时扰动项v_t为自相关序列.
8. 非平稳性.时间序列的特征(均值,方差,协方差)不随时间变化,则称为平稳序列.否则称为非平稳序列. 非平稳的扰动序列将表现出自相关特征.

内容线索

一个自相关的序列: AR(1)

- 考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项具有自相关性:

一个自相关的序列: AR(1)

- 考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项具有自相关性:
- $U_t = \rho U_{t-1} + \epsilon_t$
  ρ称为自协方差系数(coefficient of autocovariance), ϵ_t满足标准OLS假定,即$\mathrm{E}(\epsilon_t) = 0$, $var(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon$, $cov(\epsilon_t, \epsilon_{t+s}) = 0$,$s \neq 0$. 满足上述要求的误差项称为白噪声误差项(White Noise Error Term).

一个自相关的序列: AR(1)

- 考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项具有自相关性:
- $U_t = \rho U_{t-1} + \epsilon_t$
  ρ称为自协方差系数(coefficient of autocovariance), ϵ_t满足标准OLS假定,即$\mathrm{E}\left(\epsilon_t\right) = 0$, $var\left(\epsilon_t\right) = \sigma_\epsilon$, $cov\left(\epsilon_t, \epsilon_{t+s}\right) = 0$,$s \neq 0$. 满足上述要求的误差项称为白噪声误差项(White Noise Error Term).
- U_t称为马尔可夫一阶自回归模式(Markov first-order autoregressive scheme), 简称一阶自回归,记AR(1).

一个自相关的序列: AR(1)

- 考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项具有自相关性:
- $U_t = \rho U_{t-1} + \epsilon_t$
  ρ称为自协方差系数(coefficient of autocovariance), ϵ_t满足标准OLS假定,即E $(\epsilon_t) = 0$, $var\,(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon$, $cov\,(\epsilon_t, \epsilon_{t+s}) = 0$,$s \neq 0$. 满足上述要求的误差项称为白噪声误差项(White Noise Error Term).
- U_t称为马尔可夫一阶自回归模式(Markov first-order autoregressive scheme), 简称一阶自回归,记AR(1).
- $y_t = \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + \epsilon_t$ 记为AR(2).

一个自相关的序列: AR(1)

- 考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项具有自相关性:
- $U_t = \rho U_{t-1} + \epsilon_t$
  ρ称为自协方差系数(coefficient of autocovariance), ϵ_t满足标准OLS假定,即E $(\epsilon_t) = 0$, $var\left(\epsilon_t\right) = \sigma_\epsilon$, $cov\left(\epsilon_t, \epsilon_{t+s}\right) = 0$,$s \neq 0$. 满足上述要求的误差项称为白噪声误差项(White Noise Error Term).
- U_t称为马尔可夫一阶自回归模式(Markov first-order autoregressive scheme), 简称一阶自回归,记AR(1).
- $y_t = \rho_1 y_{t-1} + \rho_2 y_{t-2} + \epsilon_t$ 记为AR(2).
- $var\left(U_t\right) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{1-\rho^2}$,$cov\left(U_t, U_{t+s}\right) = \rho^s \frac{\sigma_\epsilon^2}{1-\rho^2}$, $cor\left(U_t, U_{t+s}\right) = \rho^s$.

内容线索

AR(1)扰动下OLS估计参数的方差

考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项为AR(1)过程.

$$\begin{aligned}
\widehat{\beta}_2 &= \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}; \\
var\left(\widehat{\beta}_2\right) &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}; \\
var\left(\widehat{\beta}_2\right)_{AR1} &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}\left[1 + 2\rho\frac{\sum x_t x_{t-1}}{\sum x_i^2} + 2\rho^2\frac{\sum x_t x_{t-2}}{\sum x_i^2} + \cdots + 2\rho^{n-1}\frac{x_1 x_n}{\sum x_i^2}\right].
\end{aligned}$$

AR(1)扰动下OLS估计参数的方差

考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项为AR(1)过程.

$$\begin{aligned}
\widehat{\beta}_2 &= \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}; \\
var\left(\widehat{\beta}_2\right) &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}; \\
var\left(\widehat{\beta}_2\right)_{AR1} &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}\left[1 + 2\rho\frac{\sum x_t x_{t-1}}{\sum x_i^2} + 2\rho^2\frac{\sum x_t x_{t-2}}{\sum x_i^2} + \cdots + 2\rho^{n-1}\frac{x_1 x_n}{\sum x_i^2}\right].
\end{aligned}$$

若数据具有自相关性:

- 标准OLS估计得到估计量的方差和真实的方差有差异

AR(1)扰动下OLS估计参数的方差

考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项为AR(1)过程.

$$
\begin{aligned}
\widehat{\beta}_2 &= \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2};\\
var\left(\widehat{\beta}_2\right) &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2};\\
var\left(\widehat{\beta}_2\right)_{AR1} &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}\left[1 + 2\rho\frac{\sum x_t x_{t-1}}{\sum x_i^2} + 2\rho^2\frac{\sum x_t x_{t-2}}{\sum x_i^2} + \cdots + 2\rho^{n-1}\frac{x_1 x_n}{\sum x_i^2}\right].
\end{aligned}
$$

若数据具有自相关性:

- 标准OLS估计得到估计量的方差和真实的方差有差异
- 按照标准OLS估计所做的统计推断, 例如t检验和F检验,所得结果会出现较大差异.

AR(1)扰动下OLS估计参数的方差

考虑双变量回归模型: $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + U_t$,其中干扰项为AR(1)过程.

$$
\begin{aligned}
\widehat{\beta}_2 &= \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2};\\
var\left(\widehat{\beta}_2\right) &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2};\\
var\left(\widehat{\beta}_2\right)_{AR1} &= \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}\left[1 + 2\rho\frac{\sum x_t x_{t-1}}{\sum x_i^2} + 2\rho^2\frac{\sum x_t x_{t-2}}{\sum x_i^2} + \cdots + 2\rho^{n-1}\frac{x_1 x_n}{\sum x_i^2}\right].
\end{aligned}
$$

若数据具有自相关性:

- 标准OLS估计得到估计量的方差和真实的方差有差异
- 按照标准OLS估计所做的统计推断, 例如t检验和F检验,所得结果会出现较大差异.
- 此时只能采用广义最小二乘法处理.

内容线索

OLS残差的图形

虽然干扰项是不可能观测到的,但是$\hat{u}_i$可以作为真实u_i的替代.
残差序列的图形研究方法:

1. 时间序列图. 将残差序列相对于时间描点,如果图形出现一定的规律性,则表明存在自相关.

OLS残差的图形

虽然干扰项是不可能观测到的,但是$\hat{u}_i$可以作为真实u_i的替代.
残差序列的图形研究方法:

1. 时间序列图. 将残差序列相对于时间描点,如果图形出现一定的规律性,则表明存在自相关.
2. 标准化残差图. 将残差序列用样本标准差标准化,将其相对时间描点,如果表现出一定的规律性,即不在x轴附近波动,则表明存在自相关性.

OLS残差的图形

虽然干扰项是不可能观测到的,但是$\widehat{u}_i$可以作为真实u_i的替代.
残差序列的图形研究方法:

1. 时间序列图. 将残差序列相对于时间描点,如果图形出现一定的规律性,则表明存在自相关.
2. 标准化残差图. 将残差序列用样本标准差标准化,将其相对时间描点,如果表现出一定的规律性,即不在x轴附近波动,则表明存在自相关性.
3. 残差序列滞后图. 将残差序列组合$(\widehat{u}_{t-1}, \widehat{u}_t)$描点,如果不是散布在平面上,而是表现出一定的集中趋势,则表明存在自相关.

内容线索

自相关的游程检验

如果残差序列不是自相关的,那么正残差和负残差应该交替出现在序列中,呈现出一种均匀分布的特征.
游程检验(runs test) 或者吉尔里(Geary)检验.

自相关的游程检验

如果残差序列不是自相关的,那么正残差和负残差应该交替出现在序列中,呈现出一种均匀分布的特征.
游程检验(runs test) 或者吉尔里(Geary)检验.

$$\underbrace{(-----)}_{5}\underbrace{(+++++++++)}_{9}\underbrace{(---)}_{3}$$

游程: 同一个符号或属性的不中断的历程.
游程的长度: 游程中元素的个数.

自相关的游程检验

如果残差序列不是自相关的,那么正残差和负残差应该交替出现在序列中,呈现出一种均匀分布的特征.
游程检验(runs test) 或者吉尔里(Geary)检验.

$$\underbrace{(-----)}_{5}\underbrace{(+++++++++)}_{9}\underbrace{(---)}_{3}$$

游程: 同一个符号或属性的不中断的历程.
游程的长度: 游程中元素的个数.
游程个数的直观含义:

1. 游程个数太多,说明序列变号频繁,因而序列表现出一种负的序列相关.

自相关的游程检验

如果残差序列不是自相关的,那么正残差和负残差应该交替出现在序列中,呈现出一种均匀分布的特征.
游程检验(runs test) 或者吉尔里(Geary)检验.

$$\underbrace{(-----)}_{5}\underbrace{(+++++++++)}_{9}\underbrace{(---)}_{3}$$

游程: 同一个符号或属性的不中断的历程.
游程的长度: 游程中元素的个数.
游程个数的直观含义:

1. 游程个数太多,说明序列变号频繁,因而序列表现出一种负的序列相关.
2. 游程个数太少,说明序列同向变动多,因而表现出一种正的序列相关.

游程检验的统计量

相关的记号:

$$
\begin{aligned}
&N = \text{总观测个数} = N_1 + N_2 \\
&N_1 = +\text{号个数(即+残差个数)} \\
&N_2 = -\text{号个数(即-残差个数)} \\
&R = \text{游程个数} \\
&H_0: \text{相继结果互相独立} \\
&N_1 > 10, N_2 > 10\text{时,有:}R\text{渐近正态分布.} \\
&\text{均值:}\mathrm{E}R = \tfrac{2N_1N_2}{N} + 1 \\
&\text{方差:}\sigma_R^2 = \tfrac{2N_1N_2(2N_1N_2-N)}{N^2(N-1)} \\
&P\left\{ER - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sigma_R \leq R \leq ER + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sigma_R\right\} = 1-\alpha
\end{aligned}
$$

若观测样本不够多,则可直接从游程检验表上查取临界值.

内容线索

德宾-沃森d检验: Durbin-Watson test

德宾-沃森d 统计量的定义:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} \left(\widehat{u}_t - \widehat{u}_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=2}^{n} \widehat{u}_t^2} \tag{1}$$

德宾-沃森d检验: Durbin-Watson test

德宾-沃森d 统计量的定义:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\widehat{u}_t - \widehat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{n} \widehat{u}_t^2} \tag{1}$$

D-W d统计量的初步分析:

$$d = \frac{\sum \widehat{u}_t^2 + \sum \widehat{u}_{t-1}^2 - 2\sum \widehat{u}_t \widehat{u}_{t-1}}{\sum \widehat{u}_t^2}$$

德宾-沃森d检验: Durbin-Watson test

德宾-沃森d 统计量的定义:

$$d=\frac{\sum_{t=2}^{n}\left(\widehat{u}_t-\widehat{u}_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=2}^{n}\widehat{u}_t^2} \tag{1}$$

D-W d统计量的初步分析:

$$\begin{aligned} d &= \frac{\sum \widehat{u}_t^2+\sum \widehat{u}_{t-1}^2-2\sum \widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum \widehat{u}_t^2} \\ &\approx 2\left(1-\frac{\sum \widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum \widehat{u}_t^2}\right) \end{aligned}$$

德宾-沃森d检验: Durbin-Watson test

德宾-沃森d 统计量的定义:

$$d=\frac{\sum_{t=2}^{n}\left(\widehat{u}_t-\widehat{u}_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=2}^{n}\widehat{u}_t^2} \tag{1}$$

D-W d统计量的初步分析:

$$\begin{aligned}
d &= \frac{\sum\widehat{u}_t^2+\sum\widehat{u}_{t-1}^2-2\sum\widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum\widehat{u}_t^2} \\
&\approx 2\left(1-\frac{\sum\widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum\widehat{u}_t^2}\right) \\
\widehat{\rho} &= \frac{\sum\widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum\widehat{u}_t^2}
\end{aligned}$$

德宾-沃森d检验: Durbin-Watson test

德宾-沃森d 统计量的定义:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}\left(\widehat{u}_t - \widehat{u}_{t-1}\right)^2}{\sum_{t=2}^{n}\widehat{u}_t^2} \tag{1}$$

D-W d统计量的初步分析:

$$\begin{aligned}
d &= \frac{\sum \widehat{u}_t^2 + \sum \widehat{u}_{t-1}^2 - 2\sum \widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum \widehat{u}_t^2} \\
&\approx 2\left(1 - \frac{\sum \widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum \widehat{u}_t^2}\right) \\
\widehat{\rho} &= \frac{\sum \widehat{u}_t\widehat{u}_{t-1}}{\sum \widehat{u}_t^2}
\end{aligned}$$

d 统计量改写为:

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \leq \widehat{\rho} \leq 1$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \leq \widehat{\rho} \leq 1$$

$$\widehat{\rho} = -1$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \le \widehat{\rho} \le 1$$

$$\widehat{\rho} = -1 \quad \Rightarrow \text{强烈负相关}$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \le \widehat{\rho} \le 1$$

$$\widehat{\rho} = -1 \quad \Rightarrow 强烈负相关 \quad \Rightarrow d = 4$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\,(1 - \widehat{\rho})$$

相关系数取值范围:

$$-1 \leq \widehat{\rho} \leq 1$$

$$\begin{aligned} \widehat{\rho} &= -1 \quad \Rightarrow \text{强烈负相关} \quad \Rightarrow d = 4 \\ \widehat{\rho} &= \ \ 0 \end{aligned}$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \leq \widehat{\rho} \leq 1$$

$$\begin{aligned} \widehat{\rho} &= -1 \quad \Rightarrow \text{强烈负相关} \quad \Rightarrow d = 4 \\ \widehat{\rho} &= \ \ 0 \quad \Rightarrow \text{序列不相关} \end{aligned}$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \leq \widehat{\rho} \leq 1$$

$$\begin{aligned} \widehat{\rho} &= -1 \quad \Rightarrow \text{强烈负相关} \quad \Rightarrow d = 4 \\ \widehat{\rho} &= \ \ 0 \quad \Rightarrow \text{序列不相关} \quad \Rightarrow d = 2 \end{aligned}$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \le \widehat{\rho} \le 1$$

$$\begin{aligned} \widehat{\rho} &= -1 \quad \Rightarrow \text{强烈负相关} \quad \Rightarrow d = 4 \\ \widehat{\rho} &= \ \ 0 \quad \Rightarrow \text{序列不相关} \quad \Rightarrow d = 2 \\ \widehat{\rho} &= \ \ 1 \end{aligned}$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \leq \widehat{\rho} \leq 1$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\rho} = -1 \quad &\Rightarrow \text{强烈负相关} \quad \Rightarrow d = 4 \\
\widehat{\rho} = \ \ 0 \quad &\Rightarrow \text{序列不相关} \quad \Rightarrow d = 2 \\
\widehat{\rho} = \ \ 1 \quad &\Rightarrow \text{强烈正相关}
\end{aligned}$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\,(1 - \widehat{\rho})$$

相关系数取值范围:

$$-1 \le \widehat{\rho} \le 1$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\rho} = -1 \quad &\Rightarrow \text{强烈负相关} \quad \Rightarrow d = 4 \\
\widehat{\rho} = \ \ 0 \quad &\Rightarrow \text{序列不相关} \quad \Rightarrow d = 2 \\
\widehat{\rho} = \ \ 1 \quad &\Rightarrow \text{强烈正相关} \quad \Rightarrow d = 0
\end{aligned}$$

Durbin-Watson 检验的统计推断方法

$$d = 2\left(1 - \widehat{\rho}\right)$$

相关系数取值范围:

$$-1 \leq \widehat{\rho} \leq 1$$

$$\begin{aligned} \widehat{\rho} = -1 &\quad \Rightarrow \text{强烈负相关} \quad \Rightarrow d = 4 \\ \widehat{\rho} = \ 0 &\quad \Rightarrow \text{序列不相关} \quad \Rightarrow d = 2 \\ \widehat{\rho} = \ 1 &\quad \Rightarrow \text{强烈正相关} \quad \Rightarrow d = 0 \end{aligned}$$

正相关证据	无决定区域	不相关证据	无决定区域	负相关证据
$0 \leftrightarrow d_L$	$d_L \leftrightarrow d_U$	$d_U \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 4 - d_U$	$4 - d_U \leftrightarrow 4 - d_L$	$4 - d_L \leftrightarrow 4$

Table: Durbin-Watson d 统计量判断方法

Durbin-Watson d检验的基本假定

d统计量很常见,但是需要注意它的一些基本假定:

1. 回归含有截距项. 如果原回归没有截距项,需要重新计算带截距项回归,以求得RSS.

Durbin-Watson d检验的基本假定

d统计量很常见,但是需要注意它的一些基本假定:

1. 回归含有截距项. 如果原回归没有截距项,需要重新计算带截距项回归,以求得RSS.
2. 诸解释变量X是非随机的,或被固定的.

Durbin-Watson d检验的基本假定

d统计量很常见,但是需要注意它的一些基本假定:

1. 回归含有截距项. 如果原回归没有截距项,需要重新计算带截距项回归,以求得RSS.
2. 诸解释变量X是非随机的,或被固定的.
3. 干扰项按一阶自回归产生, $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$.

Durbin-Watson d检验的基本假定

d统计量很常见,但是需要注意它的一些基本假定:

1. 回归含有截距项. 如果原回归没有截距项,需要重新计算带截距项回归,以求得RSS.
2. 诸解释变量X是非随机的,或被固定的.
3. 干扰项按一阶自回归产生, $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$.
4. 误差项为正态分布.

Durbin-Watson d检验的基本假定

d统计量很常见,但是需要注意它的一些基本假定:

1. 回归含有截距项. 如果原回归没有截距项,需要重新计算带截距项回归,以求得RSS.
2. 诸解释变量X是非随机的,或被固定的.
3. 干扰项按一阶自回归产生, $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$.
4. 误差项为正态分布.
5. 回归模型不含滞后因变量,即如$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 Y_{t-1} + U_t$,不适用d统计量.

Durbin-Watson d检验的基本假定

d统计量很常见,但是需要注意它的一些基本假定:

1. 回归含有截距项. 如果原回归没有截距项,需要重新计算带截距项回归,以求得RSS.
2. 诸解释变量X是非随机的,或被固定的.
3. 干扰项按一阶自回归产生, $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$.
4. 误差项为正态分布.
5. 回归模型不含滞后因变量,即如$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 Y_{t-1} + U_t$,不适用d统计量.
6. 没有缺落数据,即若数据为两段1970-1980,1982-1988,中间缺落数据.

内容线索

布劳殊-戈弗雷检验(BG)的特点

统计学家布劳殊和戈弗雷提出了一种自相关性检验,它容许:

1. 非随机回归元中含有回归子的滞后值.

布劳殊-戈弗雷检验(BG)的特点

统计学家布劳殊和戈弗雷提出了一种自相关性检验,它容许:

1. 非随机回归元中含有回归子的滞后值.
2. 干扰项具有更高阶的自回归形式,例如AR(2)等,即如

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

布劳殊-戈弗雷检验(BG)的特点

统计学家布劳殊和戈弗雷提出了一种自相关性检验,它容许:

1. 非随机回归元中含有回归子的滞后值.
2. 干扰项具有更高阶的自回归形式,例如AR(2)等,即如

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

3. 干扰项融入了白噪声的简单或者高阶的移动平均,即如

$$u_t = \epsilon_t + \lambda_1 \epsilon_{t-1} + \lambda_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \lambda_p \epsilon_{t-p}$$

布劳殊-戈弗雷检验(BG)的特点

统计学家布劳殊和戈弗雷提出了一种自相关性检验,它容许:

1. 非随机回归元中含有回归子的滞后值.
2. 干扰项具有更高阶的自回归形式,例如AR(2)等,即如

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

3. 干扰项融入了白噪声的简单或者高阶的移动平均,即如

$$u_t = \epsilon_t + \lambda_1 \epsilon_{t-1} + \lambda_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \lambda_p \epsilon_{t-p}$$

4. BG检验的原假设为:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_p = 0$$

BG 检验的步骤

BG检验也是一个两步回归检验.假定原回归模型为:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

若误差项满足如下p阶$AR(p)$模型:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

需要检验诸系数为零.

BG 检验的步骤

BG检验也是一个两步回归检验.假定原回归模型为:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

若误差项满足如下p阶$AR(p)$模型:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

需要检验诸系数为零.

1. 用OLS估计原回归,得到n个残差值$\widehat{u}_i$.

BG 检验的步骤

BG检验也是一个两步回归检验.假定原回归模型为:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

若误差项满足如下p阶$AR(p)$模型:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

需要检验诸系数为零.

1. 用OLS估计原回归,得到n个残差值$\widehat{u}_i$.
2. 用OLS估计辅助回归,需要含有所有回归元X,得到R^2,

$$\widehat{u}_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_t + \widehat{\rho}_1 \widehat{u}_{t-1} + \widehat{\rho}_2 \widehat{u}_{t-2} + \cdots + \widehat{\rho}_p \widehat{u}_{t-p} + \epsilon_t$$

BG检验的步骤

BG检验也是一个两步回归检验.假定原回归模型为:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

若误差项满足如下p阶$AR(p)$模型:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$$

需要检验诸系数为零.

1. 用OLS估计原回归,得到n个残差值$\widehat{u}_i$.
2. 用OLS估计辅助回归,需要含有所有回归元X,得到R^2,

$$\widehat{u}_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_t + \widehat{\rho}_1 \widehat{u}_{t-1} + \widehat{\rho}_2 \widehat{u}_{t-2} + \cdots + \widehat{\rho}_p \widehat{u}_{t-p} + \epsilon_t$$

3. 布劳殊-戈弗雷证明了: $(n-p)\chi^2 \sim \chi^2(p). \qquad (n \to +\infty).$
参见Eviews–> residual tests–> Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test.

内容线索

发现自相关后可选的处理方法

发现自相关后,有4种方法可以选择:

1. 尽力查明是否有模型误设. 有时观测到残差具有系统性特征,是由于忽略了某些重要的变量,或者由于取用了错误的函数形式.

发现自相关后可选的处理方法

发现自相关后,有4种方法可以选择:

1. 尽力查明是否有模型误设. 有时观测到残差具有系统性特征,是由于忽略了某些重要的变量,或者由于取用了错误的函数形式.
2. 排除模型误设后的自相关就是纯粹的自相关. 采用广义最小二乘法.

发现自相关后可选的处理方法

发现自相关后,有4种方法可以选择:

1. 尽力查明是否有模型误设. 有时观测到残差具有系统性特征,是由于忽略了某些重要的变量,或者由于取用了错误的函数形式.
2. 排除模型误设后的自相关就是纯粹的自相关. 采用广义最小二乘法.
3. 大样本时,采用尼威-韦斯特(Newey-West) 方法修正OLS估计量的方差.

发现自相关后可选的处理方法

发现自相关后,有4种方法可以选择:

1. 尽力查明是否有模型误设. 有时观测到残差具有系统性特征,是由于忽略了某些重要的变量,或者由于取用了错误的函数形式.
2. 排除模型误设后的自相关就是纯粹的自相关. 采用广义最小二乘法.
3. 大样本时,采用尼威-韦斯特(Newey-West) 方法修正OLS估计量的方差.
4. 在某些场合,还是可以采用OLS估计.

下面分别叙述.

内容线索

美国1959-1998年人均工资和人均产出研究

- 采用一般线性回归和对数-对数线性回归.

美国1959-1998年人均工资和人均产出研究

- 采用一般线性回归和对数-对数线性回归.
- 引入时间趋势,以检查是否漏掉该参数.

美国1959-1998年人均工资和人均产出研究

- 采用一般线性回归和对数-对数线性回归.
- 引入时间趋势,以检查是否漏掉该参数.
- 引入高次项,以检查是否具有非线性关系.

美国1959-1998年人均工资和人均产出研究

- 采用一般线性回归和对数-对数线性回归.
- 引入时间趋势,以检查是否漏掉该参数.
- 引入高次项,以检查是否具有非线性关系.
- 扰动项具有纯粹的自相关性,而不是模型设定误差引起.

数据来源:Table 12.4.

内容线索

双变量回归模型的自相关修正

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

假定误差项服从一阶自回归模型:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

ρ已知时,采用广义最小二乘法.思路为:

双变量回归模型的自相关修正

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

假定误差项服从一阶自回归模型:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

ρ已知时,采用广义最小二乘法.思路为:

1. $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$, 两边同时乘以$\rho$

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 + \rho\beta_2 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$

双变量回归模型的自相关修正

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

假定误差项服从一阶自回归模型:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

ρ已知时,采用广义最小二乘法.思路为:

1. $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$, 两边同时乘以$\rho$

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 + \rho\beta_2 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$

2. $Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1(1-\rho) + \beta_2(X_t - \rho X_{t-1}) + \epsilon_t$

双变量回归模型的自相关修正

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

假定误差项服从一阶自回归模型:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

ρ已知时,采用广义最小二乘法.思路为:

1. $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$, 两边同时乘以$\rho$

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 + \rho\beta_2 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$

2. $Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1(1-\rho) + \beta_2(X_t - \rho X_{t-1}) + \epsilon_t$
3. $Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_t + \epsilon_t$

双变量回归模型的自相关修正

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

假定误差项服从一阶自回归模型:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

ρ已知时,采用广义最小二乘法.思路为:

1. $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$,两边同时乘以$\rho$

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 + \rho\beta_2 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$

2. $Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1(1-\rho) + \beta_2(X_t - \rho X_{t-1}) + \epsilon_t$
3. $Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_t + \epsilon_t$
4. 采用经典回归分析上述变换后的模型,叫做广义或拟差分方程.

双变量回归模型的自相关修正

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

假定误差项服从一阶自回归模型:

$$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$$

ρ已知时,采用广义最小二乘法.思路为:

1. $Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1}$, 两边同时乘以$\rho$

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_1 + \rho\beta_2 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$

2. $Y_t - \rho Y_{t-1} = \beta_1(1-\rho) + \beta_2(X_t - \rho X_{t-1}) + \epsilon_t$
3. $Y_t^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_t + \epsilon_t$
4. 采用经典回归分析上述变换后的模型,叫做广义或拟差分方程.
5. 为了弥补损失的自由度,对第一个观测变换$Y_1\sqrt{1-\rho^2}$和$X_1\sqrt{1-\rho^2}$,称为普雷斯-温斯坦变换.

内容线索

$\rho = 1$时的一阶差分方法

干扰项$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$中$\rho = 1$时，我们有:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t && (2) \\
Y_{t-1} &= \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1} && (3)
\end{aligned}
$$

$\rho = 1$时的一阶差分方法

干扰项$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$中$\rho = 1$时，我们有:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t && (2)\\
Y_{t-1} &= \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1} && (3)\\
Y_t - Y_{t-1} &= \beta_2 \left(X_t - X_{t-1}\right) + \epsilon_t && (4)
\end{aligned}
$$

$\rho = 1$时的一阶差分方法

干扰项$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$中$\rho = 1$时，我们有：

$$\begin{aligned} Y_t &= \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t && (2) \\ Y_{t-1} &= \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1} && (3) \\ Y_t - Y_{t-1} &= \beta_2 \left(X_t - X_{t-1}\right) + \epsilon_t && (4) \\ \triangle Y_t &= \beta_2 \triangle X_t + \epsilon_t \qquad \text{一阶差分方程.} && (5) \end{aligned}$$

这是一个不含有截距项的回归.

$\rho = 1$时的一阶差分方法

干扰项$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$中$\rho = 1$时，我们有:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t && (2)\\
Y_{t-1} &= \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1} && (3)\\
Y_t - Y_{t-1} &= \beta_2 \left(X_t - X_{t-1}\right) + \epsilon_t && (4)\\
\triangle Y_t &= \beta_2 \triangle X_t + \epsilon_t \qquad \text{一阶差分方程.} && (5)
\end{aligned}
$$

这是一个不含有截距项的回归.
$\rho = 1$的事实可以怎么检验呢?
贝伦布鲁特-韦布检验(Berenblutt-Webb Test),
$H_0 : \rho = 1$.

$\rho = 1$时的一阶差分方法

干扰项$u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$中$\rho = 1$时，我们有:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t & (2)\\
Y_{t-1} &= \beta_1 + \beta_2 X_{t-1} + u_{t-1} & (3)\\
Y_t - Y_{t-1} &= \beta_2 (X_t - X_{t-1}) + \epsilon_t & (4)\\
\triangle Y_t &= \beta_2 \triangle X_t + \epsilon_t \qquad \text{一阶差分方程.} & (5)
\end{aligned}
$$

这是一个不含有截距项的回归.
$\rho = 1$的事实可以怎么检验呢?
贝伦布鲁特-韦布检验(Berenblutt-Webb Test),
$H_0 : \rho = 1.$
这个检验可以通过宾德-沃森d统计量的统计表查出临界值.
数据来源:Table 12.4.

ρ的估计方法

1. $\widehat{\rho} = 1 - \frac{d}{2}$,$d$为宾德-沃森统计量.

ρ的估计方法

1. $\widehat{\rho} = 1 - \frac{d}{2}$,$d$为宾德-沃森统计量.
2. 从残差中估计ρ.

$$\widehat{u}_t = \widehat{\rho}\widehat{u}_{t-1} + v_t$$

ρ的估计方法

1. $\widehat{\rho} = 1 - \frac{d}{2}$,$d$为宾德-沃森统计量.
2. 从残差中估计ρ.
$$\widehat{u}_t = \widehat{\rho}\widehat{u}_{t-1} + v_t$$
3. ρ的迭代方法. 科克伦-奥克特(Cochrane-Orcutt)迭代方法,德宾两步法等.

ρ的估计方法

1. $\widehat{\rho} = 1 - \frac{d}{2}$,$d$为宾德-沃森统计量.
2. 从残差中估计ρ.

$$\widehat{u}_t = \widehat{\rho}\widehat{u}_{t-1} + v_t$$

3. ρ的迭代方法. 科克伦-奥克特(Cochrane-Orcutt)迭代方法,德宾两步法等.

第一个观测: 在差分中去掉还是保留?

ρ的估计方法

1. $\widehat{\rho}=1-\frac{d}{2}$,$d$为宾德-沃森统计量.
2. 从残差中估计ρ.
$$\widehat{u}_t=\widehat{\rho}\widehat{u}_{t-1}+v_t$$
3. ρ的迭代方法. 科克伦-奥克特(Cochrane-Orcutt)迭代方法,德宾两步法等.

第一个观测: 在差分中去掉还是保留?
按照普雷斯-温斯坦方式保留,有助于提高估计的有效性.

ρ的估计方法

1. $\widehat{\rho} = 1 - \frac{d}{2}$,$d$为宾德-沃森统计量.
2. 从残差中估计ρ.
$$\widehat{u}_t = \widehat{\rho\widehat{u}_{t-1}} + v_t$$
3. ρ的迭代方法. 科克伦-奥克特(Cochrane-Orcutt)迭代方法,德宾两步法等.

第一个观测: 在差分中去掉还是保留?
按照普雷斯-温斯坦方式保留,有助于提高估计的有效性.
大样本情形下,ρ的各种估计方法都会得到相似的结果.小样本时,需要注意解释系数的含义.

ρ的估计方法

1. $\widehat{\rho}=1-\frac{d}{2}$,$d$为宾德-沃森统计量.
2. 从残差中估计ρ.

$$\widehat{u}_t=\widehat{\rho\widehat{u}_{t-1}}+v_t$$

3. ρ的迭代方法. 科克伦-奥克特(Cochrane-Orcutt)迭代方法,德宾两步法等.

第一个观测: 在差分中去掉还是保留?
按照普雷斯-温斯坦方式保留,有助于提高估计的有效性.
大样本情形下,ρ的各种估计方法都会得到相似的结果.小样本时,需要注意解释系数的含义.
除了使用广义最小二乘法,我们还是可以使用OLS,只是需要修正其方差.
尼威-维斯特标准误, Newey-West standard errors.
注意: Newey-West options 对大样本有效,专门针对自相关和异方差,但是对小样本可能无效.数据来源:Table 12.4.